



# THAILAND INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD HEAT 2019 (HONG KONG REGION)

## Senior Secondary Group

Time allowed: 90 minutes

### Question Paper

#### Instructions to Contestants:

1. Each contestant should have ONE Question-Answer Book which CANNOT be taken away.
2. There are 5 exam areas and 5 questions in each exam area. There are a total of 25 questions in this Question-Answer Book. Each carries 4 marks. Total score is 100 marks. No points are deducted for incorrect answers.
3. All answers should be written on ANSWER SHEET.
4. NO calculators can be used during the contest.
5. All figures in the paper are not necessarily drawn to scale.
6. This Question-Answer Book will be collected at the end of the contest.

THIS Question-Answer Book CANNOT BE TAKEN AWAY.

DO NOT turn over this Question-Answer Book without approval of the examiner.  
Otherwise, contestant may be DISQUALIFIED.

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

---

Open-Ended Questions (1<sup>st</sup> ~25<sup>th</sup>) (4 points for correct answer, no penalty point for wrong answer)

### Logical Thinking

- 31<sup>st</sup> December, 2020 is Friday, which date of the week will 14<sup>th</sup> February, 2026 be?  
31 Desember 2020 adalah hari Jumat, hari apakah apakah tanggal 14 Februari 2026?
- If  $\overline{abcd} + \overline{bcda} + \overline{cdab} + \overline{dabc} = 58883$ , calculate  $a + b + c + d$ .  
Jika  $\overline{abcd} + \overline{bcda} + \overline{cdab} + \overline{dabc} = 58883$ , hitunglah  $a + b + c + d$ .
- There are 52 pieces of white chopsticks, 66 pieces of yellow chopsticks and 15 pieces of brown chopsticks mixed together. Close your eyes. If you want to 1 pairs of chopsticks that is not brown colour and 3 pairs of chopsticks that is not white colour, at least how many piece(s) of chopstick(s) is / are needed to be taken?  
Terdapat 52 sumpit putih, 66 sumpit kuning dan 15 sumpit coklat dicampur bersama. Jika, dengan menutup mata, kamu ingin mendapatkan 1 pasang sumpit yang bukan coklat dan 3 pasang sumpit yang bukan putih, berapa sumpit setidaknya yang harus kamu ambil?
- There are 50 problems in a mathematics competition. The scores of each problem are allocated in the following ways: 3 marks will be given for a correct answer, 2 marks will be deducted from a wrong answer and 0 marks will be given for a blank answer. Find the minimum number of candidate(s) to ensure that 3 candidates will have the same score in the competition.  
Terdapat 50 soal dalam sebuah lomba matematika. Nilai untuk tiap soal dialokasikan sebagai berikut: 3 poin untuk jawaban benar, 2 poin dikurangi untuk jawaban salah dan 0 poin untuk jawaban yang dikosongkan. Carilah jumlah minimum peserta yang harus ada untuk memastikan ada 3 peserta yang mempunyai nilai yang sama di lomba tersebut.
- According to the pattern shown below, what is the number in the blank?  
Berdasarkan pola di bawah ini, berapa bilangan yang seharusnya ada pada “\_\_\_”?

2 、 6 、 12 、 20 、 30 、 42 、 \_\_\_ 、 ....

### Algebra

- Find the value of  $x$  if  $\log_2 x^2 + \log_2 8^{\log_2 x} = 10$ .  
Carilah nilai dari  $x$  jika  $\log_2 x^2 + \log_2 8^{\log_2 x} = 10$ .
- Factorize  $x^3 - 7x + 6$ .  
Faktorisasikan  $x^3 - 7x + 6$ .
- Simplify  $\sqrt{21 + 6\sqrt{10}}$ .  
Sederhanakan  $\sqrt{21 + 6\sqrt{10}}$ .

Write down the answer in the simplest form. If the calculation result is a fraction, please write down the answer as a proper or mixed fraction, decimal figure is also accepted. Marks will NOT be given for incorrect unit.

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

---

9. Find the coefficient of  $x^3$  in the expansion of  $(3+x-2x^2)^4$ .

Carilah koefisien dari  $x^3$  dalam pengembangan dari  $(3+x-2x^2)^4$ .

10. If  $p$  is an integer, find the greatest value of  $p$  such that  $(7-p)x^2+2px-p=0$  has no real roots.

Jika  $p$  adalah sebuah bilangan bulat, carilah nilai terbesar dari  $p$  sehingga  $(7-p)x^2+2px-p=0$  tidak mempunyai akar riil.

### Number Theory

11. Now is Sunday. Which day of the week will it be after  $201^{199}$  days?

Hari ini adalah hari Minggu. Hari apakah  $201^{199}$  hari dari sekarang?

12. Find the smallest positive integral solution of congruence equations  $\begin{cases} 4x \equiv 2 \pmod{9} \\ 7x \equiv 2 \pmod{13} \end{cases}$

Carilah nilai bulat positif terkecil dari persamaan kongruen  $\begin{cases} 4x \equiv 2 \pmod{9} \\ 7x \equiv 2 \pmod{13} \end{cases}$

13. Given that  $\overline{20A191060B}$  is a 10-digit number which is divisible by 33, find the maximum value of  $A+B$ .

Diketahui bahwa  $\overline{20A191060B}$  adalah bilangan 10-angka yang habis dibagi 33, carilah nilai maksimum dari  $A+B$ .

14. It is known that  $x$  is rational,  $x > 0$  and  $x = 4 + \frac{16}{6 + \frac{16}{6 + \frac{16}{6 + \dots}}}$ . Find the value of  $x$ .

Diketahui bahwa  $x$  adalah bilangan rasional,  $x > 0$  dan  $x = 4 + \frac{16}{6 + \frac{16}{6 + \frac{16}{6 + \dots}}}$ . Carilah nilai dari  $x$ .

15. Find the unit digit of  $A$  if  $A = 7 + 2 \times 7^2 + 3 \times 7^3 + 4 \times 7^4 + \dots + 99 \times 7^{99} + 100 \times 7^{100}$ .

Carilah angka satuan dari  $A$  jika  $A = 7 + 2 \times 7^2 + 3 \times 7^3 + 4 \times 7^4 + \dots + 99 \times 7^{99} + 100 \times 7^{100}$ .

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

**Geometry**

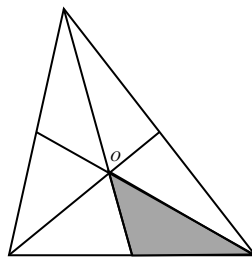
16. For four points on a coordinate plane  $A(-7, -9), B(-6, -5), C(-3, -5), D(10, -6)$ , find the area of the quadrilateral formed by using those four points as vertices.  
Terdapat empat titik pada sebuah bidang koordinat  $A(-7, -9), B(-6, -5), C(-3, -5), D(10, -6)$ . Carilah luas dari segiempat yang dibentuk oleh empat titik ini sebagai titik sudut.

17. Find the maximum value of  $\frac{1 + \sin 2x}{\sin x + \cos x}$ .

Carilah nilai maksimum dari  $\frac{1 + \sin 2x}{\sin x + \cos x}$ .

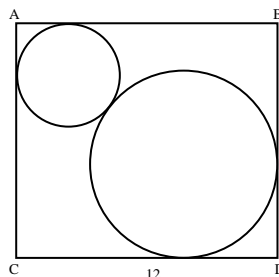
18. Find the area enclosed by the  $2x + 12 = |3y|$  and the straight line  $y = 2x - 4$ .  
Carilah luas area yang dibatasi oleh  $2x + 12 = |3y|$  dan garis lurus  $y = 2x - 4$ .

19. If point  $O$  is the centroid of the biggest triangle and the area of the biggest triangle is 174, find the area of the shaded region.  
Jika titik  $O$  adalah titik pusat dari segitiga besar berikut dan luas segitiga tersebut adalah 174, carilah luas dari daerah yang diarsir.



Question 19  
Soal nomor 19

20. As shown in the figure below,  $ABCD$  is a square with length 12. If the radius of the smaller circle is half of the bigger circle, find the area of smaller circle. (Answer in terms of surd form and  $\pi$ )  
Sebagaimana ditunjukkan pada gambar di bawah ini,  $ABCD$  adalah sebuah bujursangkar dengan panjang sisi 12. Jika jari-jari dari lingkaran yang lebih kecil adalah separuh dari jari-jari lingkaran yang lebih besar, carilah luas lingkaran yang lebih kecil. (Jawablah dalam bentuk akar dan  $\pi$ )



Question 20  
Soal nomor 20

Write down the answer in the simplest form. If the calculation result is a fraction, please write down the answer as a proper or mixed fraction, decimal figure is also accepted. Marks will NOT be given for incorrect unit.

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

---

### Combinatorics

21. It is known that  $a, b, c, d, e$  are integers and all of them are greater than 2. Find the number of solution sets of  $a + b + c + d + e = 19$ .  
Diketahui bahwa  $a, b, c, d, e$  adalah bilangan bulat dan semuanya lebih besar dari 2. Carilah ada berapa banyak himpunan jawaban untuk  $a + b + c + d + e = 19$ .
22. Find the number of the permutation(s) arranging 6 identical bowls, 3 identical cups and 2 identical dishes in a row.  
Carilah ada berapa banyak permutasi menyusun 6 mangkuk identik, 3 cangkir identik dan 2 piring identik dalam sebuah baris.
23. A fair 6-faced die is thrown 10 times. Find the probability that the product of numbers obtained is even number.  
Sebuah dadu dilempar 10 kali. Carilah peluang bahwa hasil perkalian dari 10 bilangan yang didapatkan tadi adalah bilangan genap.
24. Alice draws 5 balls randomly from a bag with 6 black balls and 6 white balls. Find the probability that at least 2 white balls are drawn.  
Alice mengambil 5 bola secara acak dari sebuah kantung yang berisi 6 bola hitam dan 6 bola putih. Carilah peluang ada setidaknya 2 bola putih yang terambil.
25. Find the number of all integral solutions of the equation of  $9x + 4y = 3xy$ .  
Carilah ada berapa banyak jumlah solusi bulat dari persamaan  $9x + 4y = 3xy$ .

~ End of Paper ~

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

---

**Blank paper**

*for rough working*