奧冠教育中心

OLYMPIAD CHAMPION EDUCATION CENTRE

Room 309-310, 8 Jordan Road, Yau Ma Tei, Kowloon, Hong Kong SAR, CHINA

Tel (852) 3153 2028 / 9310 1240 Fax (852) 3153 2074

Website: www.olympiadchampion.com Email: olympiadchampion@gmail.com

泰國國際數學競賽初賽 2020 - 2021

THAILAND INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD HEAT ROUND 2020 - 2021

中學三年級 Secondary 3

時限：90 分鐘

Time allowed: 90 minutes

試題

Question Paper

考生須知：

Instructions to Contestants:

1. 本卷包括 試題 乙份，試題紙不可取走。
   Each contestant should have ONE Question-Answer Book which CANNOT be taken away.
2. 本卷共 5 個範疇，每範疇有 5 題，共 25 題，每題 4 分，總分 100 分，答錯不扣分。
   There are 5 exam areas and 5 questions in each exam area. There are a total of 25 questions in this Question-Answer Book. Each carries 4 marks. Total score is 100 marks. No points are deducted for

請以最簡形式填寫答案，若計算結果是分數，請確保為真分數或帶分數，或將計算結果寫成小數。錯誤單位將不給予任何分數。

Write down the answer in the simplest form. If the calculation result is a fraction, please write down the answer as a proper or mixed fraction, decimal figure is also accepted. Marks will NOT be given for incorrect unit.

請將答案寫在 答題紙 上。

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

---

incorrect answers.

3. 請將答案寫在 答題紙 上。
   All answers should be written on ANSWER SHEET.
4. 比賽期間，不得使用計算工具。
   NO calculators can be used during the contest.
5. 本卷中所有圖形不一定依比例繪成。
   All figures in the paper are not necessarily drawn to scale.
6. 比賽完畢時，本試題會被收回。
   This Question-Answer Book will be collected at the end of the contest.

本試題不可取走。

THIS Question-Answer Book CANNOT BE TAKEN AWAY.

未得監考官同意，切勿翻閱試題，否則參賽者將有可能被取消資格。

DO NOT turn over this Question-Answer Book without approval of the examiner.

Otherwise, contestant may be DISQUALIFIED.

請將答案寫在 答題紙 上。

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

Open-Ended Questions (1^{st} ~25^{th}) (4 points for correct answer, no penalty point for wrong answer)

Logical Thinking

1. Given that the mean, median, range and the only mode of 200 integers are also 100. If *A* is the smallest integer among those 200 integers, find the minimum value of *A*.

   Diketahui rata-rata, nilai tengah, kisaran dan modus dari 200 bilangan bulat adalah 100. Jika *A* adalah bilangan bulat terkecil di antara 200 bilangan bulat tersebut, carilah nilai minimum dari *A*.

2. There are 14 questions in a mathematics competition. The scores of each question are allocated in the following ways: 3 marks will be given for a correct answer, 1 mark will be deducted from a blank answer and 2 marks will be deducted from a wrong answer. Find the minimum number of candidate(s) to ensure that 4 candidates will have the same scores in the competition.

   Terdapat 14 soal dalam sebuah kompetisi matematika. Nilai dari setiap soal dialokasikan sebagai berikut : 3 nilai akan diberikan untuk jawaban yang benar, 1 nilai akan dikurangi untuk jawaban yang kosong/tidak terisi dan 2 nilai akan dikurangi untuk jawaban yang salah. Carilah jumlah minimum peserta untuk memastikan ada 4 peserta yang memiliki nilai yang sama dalam kompetisi tersebut.

3. A box contains 150 coloured balls: 40 blue, 40 red, 50 green and 20 yellow. Sherry takes some balls from the box without looking at the colours of the balls. What is the least number of balls that she must take so that she has 30 balls with same colour?

   Sebuah kotak berisi 150 bola berwarna : 40 berwarna biru, 40 berwarna merah, 50 berwarna hijau dan 20 berwarna kuning. Sherry mengambil bola dari kotak tersebut tanpa melihat warna bolanya. Berapa setidaknya jumlah bola yang harus dia ambil agar dia mempunyai 30 bola dengan warna yang sama?

4. 15^{th} January, 2021 is Friday, which date of the week will 29^{th} February, 2028 be?

   Tanggal 15 Januari 2021 adalah hari Jumat, hari apakah tanggal 29 Februari 2028?

請將答案寫在 答題紙 上。

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

---

5. There are six teams named *A*, *B*, *C*, *D*, *E* and *F*, participating a tournament. In 5 days, each team will play one game in each day. They play another team once in the tournament. So there are 3 matches every day. Given that:
   1) Team *A* wins Team *E* on the first day.
   2) Team *A* is defeated by Team *D* on the second day.
   3) Team *E* wins Team *F* on the third day.
   4) Team *D* is defeated by Team *C* on the fourth day.

   Which team does Team *C* play with on the fifth day ?

   Terdapat enam tim yang bernama *A*, *B*, *C*, *D*, *E* dan *F*, mengikuti sebuah turnamen. Dalam 5 hari, setiap tim akan bermain satu pertandingan setiap hari. Mereka bertanding dengan tim lainnya dalam sekali pertandingan. Jadi ada 3 pertandingan setiap hari. Diketahui :

   1) Tim *A* menang dari Tim *E* pada hari pertama.
   2) Tim *A* dikalahkan oleh Tim *D* pada hari kedua.
   3) Tim *E* menang dari Tim *F* pada hari ketiga.
   4) Tim *D* dikalahkan oleh Tim *C* pada hari keempat.

   Team manakah yang bertanding melawan Tim *C* pada hari kelima?

Algebra

6. Find the minimum value of $3x^2 - 24x + 59$.

   Carilah nilai minimum dari $3x^2 - 24x + 59$.

7. Factorize $4x^2 - y^2 + 24x - 12y$.

   Faktorisasikan $4x^2 - y^2 + 24x - 12y$.

8. If α and β are the roots of $x^2 - 4x + 17 = 0$, find the value of $\alpha^2 + \beta^2$.

   Jika α dan β adalah akar-akar dari $x^2 - 4x + 17 = 0$, carilah nilai dari $\alpha^2 + \beta^2$.

9. If $4x^4 + nx^3 + mx^2 + 26x + 21$ is divisible by $x^2 - 2x - 3$, find the value of mn.
   Jika $4x^4 + nx^3 + mx^2 + 26x + 21$ dapat dibagi $x^2 - 2x - 3$, carilah nilai dari mn.

請將答案寫在 答題紙 上。

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

---

10. Given x and y are positive integers and $\begin{cases} x+3y^2=57 \\ 3y+xy=48 \\ x+3y=21 \end{cases}$, find the value of $x-2y$.

Diketahui x dan y adalah bilang bulat positif dan $\begin{cases} x+3y^2=57 \\ 3y+xy=48 \\ x+3y=21 \end{cases}$, carilah nilai dari $x-2y$.

Number Theory

11. How many simplest fraction(s) with denominator 1980 is / are there?

Ada berapa banyak pecahan paling sederhana dengan penyebut 1980?

12. Find the remainder when 2020^{2020} is divided by 13.

Carilah sisa 2020^{2020} ketika dibagi 13.

13. Given that $\overline{221A9C2B2}$ is a 9-digit number which is divisible by 132, find the maximum value of A.

Diketahui $\overline{221A9C2B2}$ adalah bilangan 9-angka yang dapat dibagi 132, carilah nilai maksimum dari A.

14. If $\sqrt{17+\sqrt{288}}=a+b\sqrt{c}$, and a, b and c are positive integers, find the maximum value of $\frac{a+b}{c}$.

Jika $\sqrt{17+\sqrt{288}}=a+b\sqrt{c}$, dan a, b dan c adalah bilangan bulat positif, carilah nilai maksimum dari $\frac{a+b}{c}$.

15. Given $x > 0$, find the minimum value of $15x^2-14x+\frac{8}{x^2}+22$.

Diketahui $x > 0$, carilah nilai minimum dari $15x^2-14x+\frac{8}{x^2}+22$.

請將答案寫在 答題紙 上。

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

Geometry

16. If a straight line L passes through $A(8,-5)$, and the slope of L is $-\frac{5}{7}$. Find the x-intercept of L.

    Jika sebuah garis miring L melalui $A(8,-5)$, dan kemiringan L adalah $-\frac{5}{7}$, carilah perpotongan sumbu-x dengan L.

17. Find the area enclosed by the x-axis, straight line $6x-y+66=0$ and straight line $3x-5y+6=0$.

    Carilah luas area yang dibatasi oleh sumbu-x, garis lurus $6x-y+66=0$ dan garis lurus $3x-5y+6=0$.

18. The side lengths of a triangle are 14, 18, 28. Find the area of this triangle. (Answer in terms of surd form)

    Panjang sisi sebuah segitiga adalah 14, 18, 28. Carilah luas dari segitiga ini. (Jawablah dalam bentuk akar)

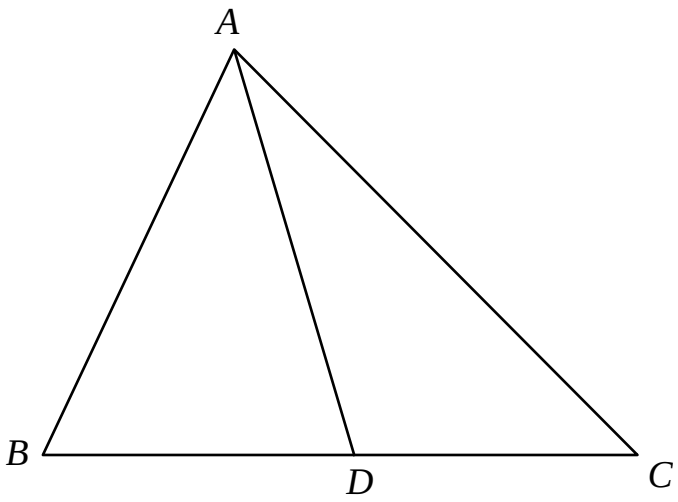
請將答案寫在 答題紙 上。

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

---

19. In ΔABC shown in the figure below, $\angle A = 60°$, $\angle B = 75°$ and $BC = \sqrt{6}$. If the area of ΔADC is 2, find the shortest distance from D to AB.

Pada ΔABC pada gambar di bawah ini, $\angle A = 60°$, $\angle B = 75°$ dan $BC = \sqrt{6}$. Jika luas dari ΔADC adalah 2, carilah jarak terpendek dari D ke AB.



Question 19

Soal no. 19

請以最簡形式填寫答案，若計算結果是分數，請確保為真分數或帶分數，或將計算結果寫成小數。錯誤單位將不給予任何分數。

Write down the answer in the simplest form. If the calculation result is a fraction, please write down the answer as a proper or mixed fraction, decimal figure is also accepted. Marks will NOT be given for incorrect unit.

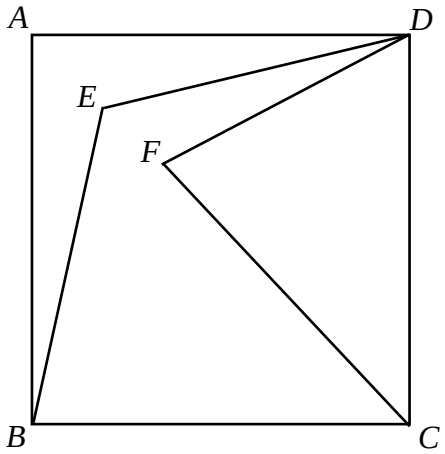
請將答案寫在 答題紙 上。

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

---

20. In the figure below, *ABCD* is a square with side length *a*. *E* and *F* is a point lying on diagonal *AC* such that the area ratio of *ABED*, *BEDFC*, *DFC* is 1:3:2. Find the length of *EF*. (Answer in surd form and in terms of *a*)

    Pada gambar di bawah ini, *ABCD* adalah sebuah bujursangkar dengan panjang sisi *a*. *E* dan *F* adalah titik yang berada pada diagonal *AC* dimana rasio dari *ABED*, *BEDFC*, *DFC* adalah 1:3:2. Carilah panjang dari *EF*. (Jawablah dalam bentuk akar dan dalam bentuk *a*)



Question 20

Soal no. 20

Combinatorics

21. Three fair six-sided dices are thrown, find the probability that the product of the outcomes is a 3-digit number. (Show your answer in the simplest fraction)

    Tiga dadu enam-sisi dilempar, carilah peluang hasil kali dari angka-angka yang dihasilkan adalah bilangan 3-angka (Jawablah dalam bentuk pecahan yang sederhana)

22. If $-1000 < x, y < 1000$ and x, y are integers. If $4x + 9y = 178$, find the maximum value of $x - y$.

    Jika $-1000 < x, y < 1000$ dan x, y adalah bilangan bulat. Jika $4x + 9y = 178$, carilah nilai maksimum dari $x - y$.

請將答案寫在 答題紙 上。

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

---

23. How many 3-digit positive integers whose sum of digit(s) is / are less than 10? (e.g. 111, 432)

    Ada berapa banyak bilangan bulat positif 3-angka yang hasil penjumlahan angka-angkanya kurang dari 10? (contohnya 111, 432)

24. Find the minimum number of positive integers to be chosen from 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 and 19 to ensure that there are 2 numbers such that one of them is a multiple of another.

    Berapa banyak paling sedikit bilangan bulat positif yang harus dipilih dari 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 dan 19 untuk memastikan ada 2 bilangan dimana bilangan yang satu adalah kelipatan bilangan yang satunya?

25. Alice draws 4 balls randomly from a bag with 5 black balls, 9 white balls and 3 red balls. Find the probability that at least 2 black balls and 1 red ball are drawn.

    Alice mengambil 4 bola secara acak dari sebuah kantong dengan 5 bola hitam, 9 bola putih dan 3 bola merah. Carilah peluang setidaknya 2 bola hitam dan 1 bola merah terambil.

~ 全卷完 ~

~ End of Paper ~